RAPPELS SUR LES FONCTIONS USUELLES DU LYCÉE

LES FONCTIONS EXPONENTIELLE ET LOGARITHME NÉPÉRIEN SONT REVUES DANS UNE AUTRE FEUILLE.

1 – FONCTIONS AFFINES :

1) Définition : m et p sont deux nombres réels.

La fonction définie dans $\mathbb{R}$ par : $x \mapsto mx + p$ est une fonction affine.
Si p = 0, la fonction est linéaire ; elle est définie par : $x \mapsto mx$.
Si m = 0, la fonction est constante, elle est définie par : $x \mapsto p$.
Toute fonction affine est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x, $f'(x) = m$

2) Variations :

Une fonction affine est monotone et la monotonie dépend du signe de m.
Si m est positif, la fonction affine est croissante sur $\mathbb{R}$.
Si m est négatif, la fonction affine est décroissante sur $\mathbb{R}$.
Si m = 0, la fonction affine est constante sur $\mathbb{R}$.

3) Représentation graphique :

La représentation graphique de la fonction affine f(x) = mx + p est la droite d'équation y = mx + p.

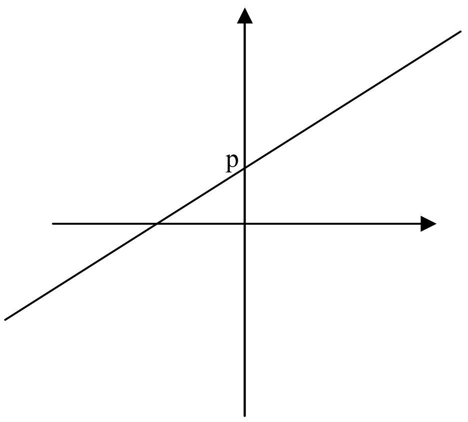
Si la fonction est linéaire, la droite passe par l'origine du repère et son équation est y = mx.

Si m = 0, la représentation de la fonction f(x) = p est la droite horizontale d'équation y = p.

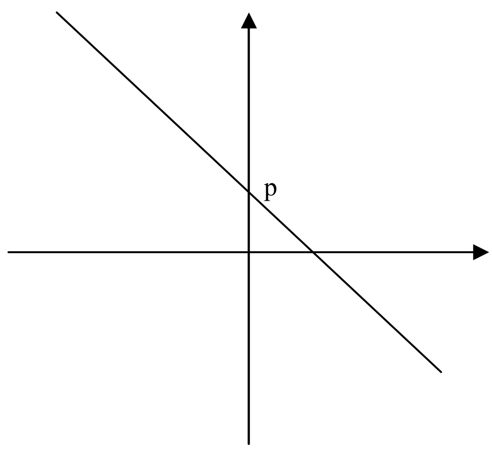
Il suffit donc de deux points pour représenter une fonction affine.

m est le coefficient directeur de la droite. Le point de coordonnées (0 ; p) est sur la droite et p est l'ordonnée à l'origine.

$m > 0$



$m < 0$



4) Signe :
Le signe de ax + b dépend de a.

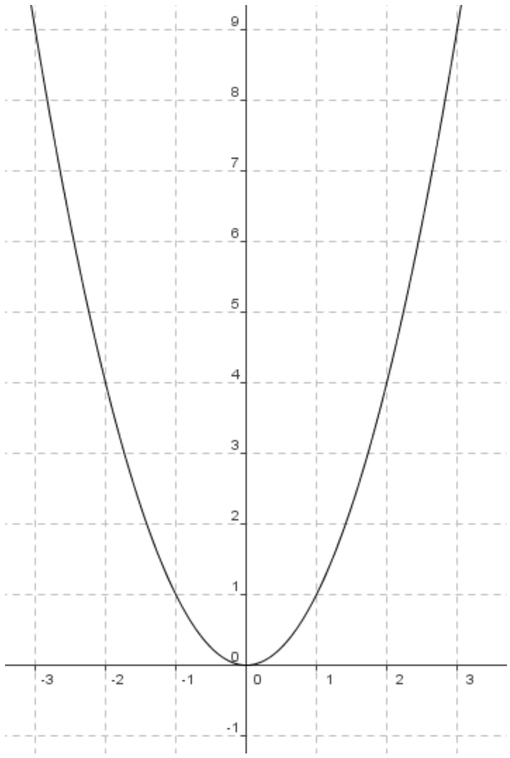
Si a < 0 :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
mx + p		+	0	−	

Si a > 0 :

x	$-\infty$		$-\frac{p}{m}$		$+\infty$
mx + p		−	0	+	

2 – FONCTION CARRÉ :



1) Définition : La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $x \mapsto x^2$ s'appelle fonction carré.
La fonction carré est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x, $f'(x) = 2x$.

2) Variations : La fonction carré est décroissante sur $]-\infty;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$.
Elle admet 0 comme minimum en x = 0.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
x²	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

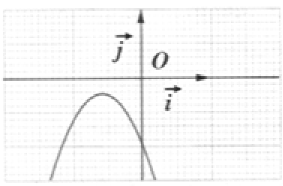
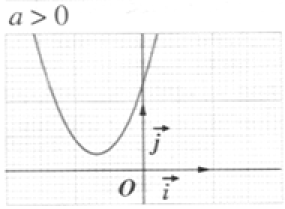
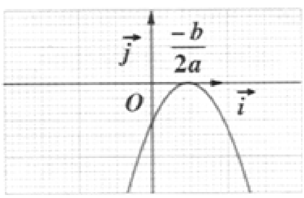
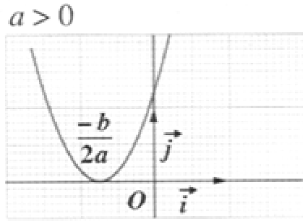
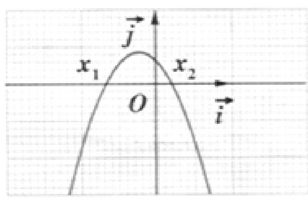
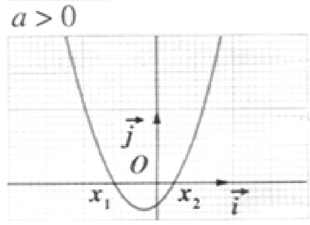
3) Représentation graphique : La représentation graphique d'une fonction carré est appelée parabole de sommet O. L'axe des ordonnées est axe de symétrie de la parabole.

4) Signe : Pour tout x de $\mathbb{R}$, la fonction $x \mapsto x^2$ est positive.

3 – FONCTIONS TRINÔME :

1) Définition : La fonction trinôme du second degré est un fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ un réel, b et c deux réels quelconques. Son discriminant est le réel $\Delta = b^2 - 4ac$.
Toute fonction trinôme est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x, $P'(x) = 2ax + b$.

2) Zéros – Factorisation – Signe – Position de la courbe :

Signe de Δ	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
Equation P(x) = 0	Pas de solution	Une solution double $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$	Deux solutions distinctes : $x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
Factorisation de P(x)	Pas de factorisation	$a(x-x_0)^2$ (Identité remarquable)	$a(x-x_1)(x-x_2)$
Signe de P(x)	x: $-\infty$ … $+\infty$ $P(x)$: Signe de a	x: $-\infty$ … x_0 … $+\infty$ $P(x)$: Signe de a | 0 | Signe de a	x: $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$ $P(x)$: Signe de a | 0 | Signe de $-a$ | 0 | Signe de a
Position de la courbe	$a < 0$  $a > 0$ 	$a < 0$  $a > 0$ 	$a < 0$  $a > 0$ 

3) Variation : La courbe d'une fonction trinôme s'appelle une parabole, dont le sommet se trouve pour l'abscisse $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$.

Les variations dépendent du signe de a :

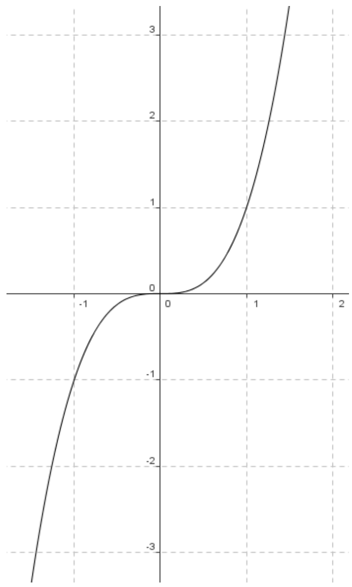
Si a > 0, le sommet est un minimum. La fonction P est donc décroissante sur $]-\infty; x_0]$ et croissante sur $[x_0; +\infty[$.

Si a < 0, le sommet est un maximum. La fonction P est donc croissante sur $]-\infty; x_0]$ et décroissante sur $[x_0; +\infty[$.

4 – FONCTION CUBE :

1) Définition : La fonction définie pour tout nombre réel par : $x \mapsto x^3$ s'appelle fonction cube.

La fonction cube est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x, $f'(x) = 3x^2$.



2) Variations : La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
x^3	$-\infty$ ↗	$+\infty$

3) Représentation graphique : Voir ci-contre.

4) Signe : La fonction cube est positive sur $[0; +\infty[$ et négative sur $]-\infty; 0]$.

5 – FONCTION INVERSE :

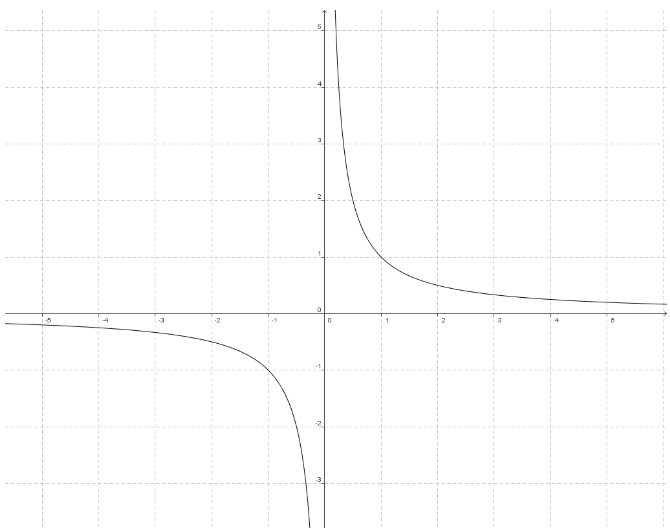
1) Définition : La fonction définie dans R^* par $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ s'appelle la fonction inverse.

La fonction inverse est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et pour tout $x \neq 0$, $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2}$.

2) Variations : La fonction inverse est décroissante sur $]-\infty; 0[$ et décroissante sur $]0; +\infty[$.

Attention : Dire que la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$ est une très grosse erreur.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
1/x	0 ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	0



3) Représentation graphique : La représentation graphique de la fonction inverse est appelée hyperbole de centre O. Ce centre O est le centre de symétrie de l'hyperbole.

4) Signe : Pour tout x de $]-\infty; 0[$, la fonction inverse est négative. Pour tout x de $]0; +\infty[$, la fonction inverse est positive.

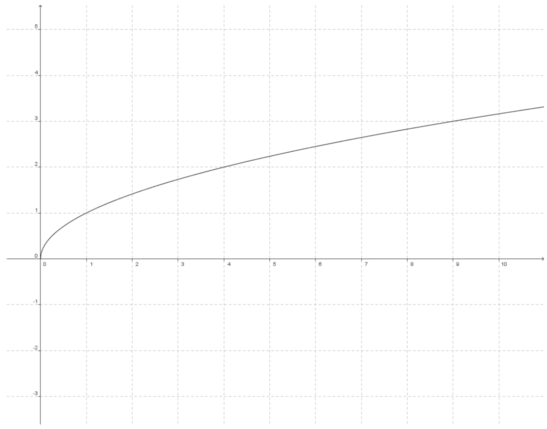
6 – FONCTION RACINE :

1) <u>Définition</u> : La fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $x \mapsto \sqrt{x}$ s'appelle fonction racine.

La fonction racine est dérivable sur $]0;+\infty[$ et pour tout $x > 0$, $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

2) <u>Variations</u> : La fonction racine est croissante sur $[0;+\infty[$.

x	0		+∞
$\sqrt{x}$	0	↗	+∞



3) <u>Représentation graphique</u> : Voir ci-contre.

4) <u>Signe</u> : Pour tout x de $[0;+\infty[$, la fonction racine x carrée est positive.

7 – FONCTION VALEUR ABSOLUE :

1) <u>Définition</u> : Soit x un réel. La valeur absolue du nombre A est $|A| = \begin{cases} A \text{ si } A \geq 0 \\ -A \text{ si } A \leq 0 \end{cases}$.

2) <u>Définition :</u> La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto |x|$ s'appelle fonction valeur absolue.

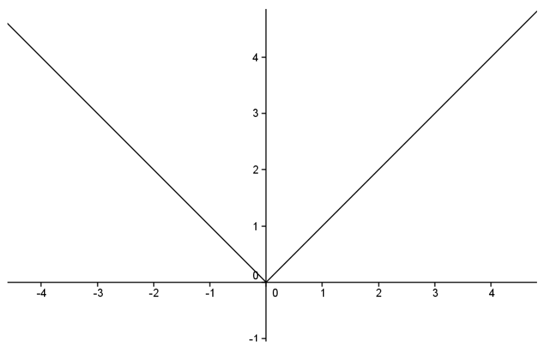
La fonction valeur absolue est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $\begin{cases} \text{pour tout } x > 0,\ f'(x) = 1 \\ \text{pour tout } x < 0,\ f'(x) = -1 \end{cases}$.

3) <u>Propriétés</u> : a) $|x| = 0$ équivaut à $x = 0$. b) $|-x| = |x|$ c) $|x| = |y|$ signifie $x = y$ ou $x = -y$.

c) <u>Inégalités</u> : a) $|A| \leq r$ ssi $-r \leq A \leq r$ b) $|A| \geq r$ ssi $A \geq r$ et $A \leq -r$

4) <u>Variations</u> : La fonction valeur absolue est décroissante sur $]-\infty;0]$ et croissante sur $[0;+\infty[$.

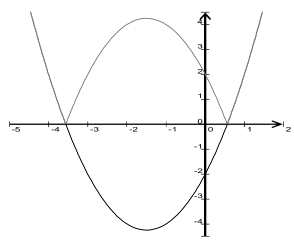
x	-∞		0		+∞
$|x|$	+∞	↘	0	↗	+∞



5) <u>Représentation graphique</u> : Voir ci-contre.

6) <u>Signe</u> : La fonction valeur absolue est positive sur $\mathbb{R}$

7) <u>Courbe et valeur absolue :</u>



<u>Théorème</u> : La courbe C_f de la fonction f définie par $f(x) = |u(x)|$ est constitué par les points de la courbe C_u sur les intervalles où la fonction u est positive et les images des points de la courbe C_u par la symétrie d'axe $(O;\vec{i})$ sur les intervalles où u est négative.